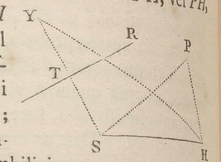
De Motu Corporum

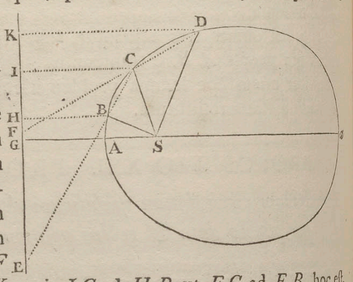
produc idem ad Υ, ut sit $T\Upsilon$ æqualis $S\Upsilon$, & erit ΥH æqualis axi principali. Junge SP, HP, & erit SP differentia inter HP & axem principalem. Hoc modo si dentur plures tangentes TR, vel plura puncta P, devenietur semper ad lineas totidem ΥH, vel PH, a dictis punctis Υ vel P ad umbilicum H ductas, quæ vel æquantur axibus, vel datis longitudinibus SP differunt ab iisdem, atque ideo quæ vel æquantur sibi invicem, vel datas habent differentias; & inde, per lemma superius, datur umbilicus ille alter H. Habitis autem umbilicis una cum axis longitudine (quæ vel est ΥH; vel, si trajectoria ellipsis est, $PH+SP$; sin hyperbola, $PH-SP$) habetur trajectoria. *Q. E. I.*



Scholium.

Ubi trajectoria est hyperbola, sub nomine hujus trajectoriæ oppositam hyperbolam non comprehendo. Corpus enim pergendo in motu suo in oppositam hyperbolam transire non potest.

Casus ubi dantur tria puncta sic solvitur expeditius. Dentur puncta B, C, D. Junctas BC, CD produc ad E, F, ut sit EB ad EC ut SB ad SC, & FC ad FD ut SC ad SD. Ad EF ductam & productam demitte normales SG, BH, inque GS infinite producta cape GA ad AS & Ga ad aS ut est HB ad BS; & erit A vertex, & Aa axis principalis trajectoriæ: quæ, perinde ut GA major, æqualis, vel minor fuerit quam AS, erit ellipsis, parabola vel hyperbola; puncto a in primo casu cadente ad eandem partem lineæ GF cum puncto A; in secundo casu abeunte in infinitum; in tertio cadente ad contrariam partem lineæ GF. Nam si demittantur ad GF perpendicula CI, DK; erit IC ad HB ut EC ad EB, hoc est, ut SC ad SB; & vicissim IC ad SC ut HB ad SB sive ut GA ad SA.



Et

Liber Primus.

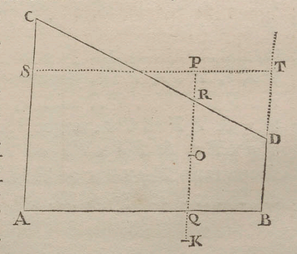
Et simili argumento probabitur esse KD ad SD in eadem ratione. Jacent ergo puncta B, C, D in coni sectione circa umbilicum S ita descripta, ut rectæ omnes, ab umbilico S ad singula sectionis puncta ductæ, sint ad perpendicula a punctis iisdem ad rectam GF demissa in data illa ratione.

Methodo haud multum dissimili hujus problematis solutionem tradit clarissimus geometra *de la Hire*, conicorum suorum lib. VIII. prop. XXV.

SECTIO V.

Inventio orbium ubi umbilicus neuter datur.

LEMMA XVII.

Si a datæ conicæ sectionis puncto quovis P *ad trapezii alicujus* ABDC, *in conica illa sectione inscripti, latera quatuor infinite producta* AB, CD, AC, DB *totidem rectæ* PQ, PR, PS, PT *in datis angulis ducantur, singulæ ad singula: rectangulum ductarum ad opposita duo latera* PQ×PR, *erit ad rectangulum ductarum ad alia duo latera opposita* PS×PT *in data ratione.*

Cas. 1. Ponamus primo lineas ad opposita latera ductas parallelas esse alterutri reliquorum laterum, puta PQ & PR lateri AC, & PS ac PT lateri AB. Sintque insuper latera duo ex oppositis, puta AC & BD, sibi invicem parallela. Et recta, quæ bisecat parallela illa latera, erit una ex diametris conicæ sectionis, & bisecabit etiam RQ. Sit O punctum in quo RQ bisecatur, & erit PO ordinatim applicata ad diametrum illam. Produc PO ad K, ut sit OK æqualis PO, & erit OK ordinatim applicata ad contrarias partes diametri. Cum igitur puncta A, B, P & K sint ad conicam sectionem, & PK secet AB in dato angulo, erit (per prop. 17, 19, 21 & 23. lib. III. coni-